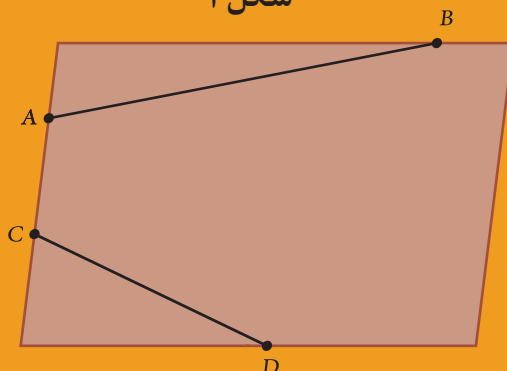




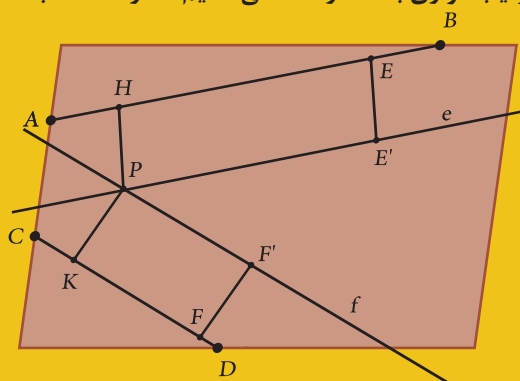
یک مسئله

شکل ۱



می‌خواهیم نیم‌ساز زاویه‌ای را بکشیم که رأس آن به هیچ وجه در دسترس نیست. در شکل ۱؛ بخش‌هایی از دو ضلع یک زاویه (یعنی پاره‌های AB و CD) روی یک صفحه کاغذ کشیده شده‌اند ولی رأس زاویه بیرون آن کاغذ جای دارد. چگونه نیم‌ساز آن را رسم کنیم؟

در نقطه‌های دلخواه E و F (شکل ۲) از AB و CD عمودهایی به ترتیب بر AB و CD می‌کشیم و پاره‌های برابر EE' و FF' را با طول‌های به اندازه کافی بزرگ (برای چه به اندازه کافی بزرگ؟) روی این عمودها جدا می‌کنیم. اکنون از نقطه‌های E' و F' دو خط e و f را به ترتیب موازی با AB و CD می‌کشیم تا در نقطه P با هم برخورد کنند. تصویرهای P بر AB و CD را به ترتیب H و K می‌نامیم.

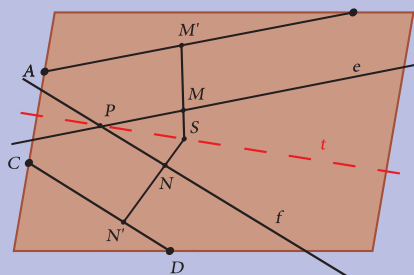


از آنجا که طول‌های PH و PK با هم برابرند (چرا؟) بنا بر قضیه‌ای P روی نیم‌ساز زاویه‌ای جای دارد که AB و CD ضلع‌های آن هستند. به روشی مشابه نقطه دیگری مانند Q را بر نیم‌ساز پیدا می‌کنیم. خط PQ نیم‌ساز خواسته شده است. (چرا؟)

راه نخست

شکل ۲

همان روش راه اول را پیش می‌گیریم تا نقطه P از نیم‌ساز را پیدا کنیم. اکنون به زاویه‌ای توجه می‌کنیم که خط‌های e و f با هم ساخته‌اند (چند زاویه می‌سازند؟) نیم‌ساز این زاویه را می‌کشیم و Pt می‌نامیم. Pt نیم‌ساز زاویه‌ای است که AB و CD ضلع‌های آن هستند. برهان: نقطه دلخواه S را بر نیم‌خط Pt



می‌گیریم و از آن عمودهای SM و SN را به ترتیب بر e و f می‌کشیم و امتداد می‌دهیم تا به ترتیب AB و CD را در M' و N' قطع کنند. (شکل ۳) نقطه S روی نیم‌ساز زاویه‌ای است که AB و CD ضلع‌های آن هستند.

شکل ۳

راه دوم



چند راه حل

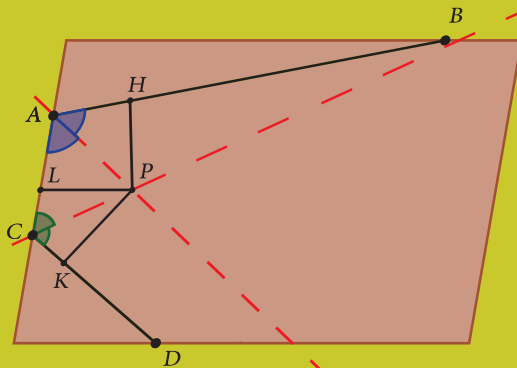
داود معصومی مهوار

راه سوم

نیمساز دو زاویه BAC و DCA را می کشیم و نقطه برخورد آن دو را با P می نامیم. تصویرهای P بر BA ، AC و CD را به ترتیب H ، L و K می نامیم (شکل ۴). از آنجا که P روی نیمساز زاویه BAC است، بنا بر قضیه ای داریم: $PH=PL$ و به دلیلی مشابه داریم: $PL=PK$. پس: $PH=PK$ و در نتیجه بنا بر قضیه ای P روی نیمساز زاویه ای است که AB و CD ضلع های آن هستند. اکنون یک نقطه از نیمساز را به روشی تازه پیدا کرده ایم و

می توانیم نقطه دیگری نیز به همین روش پیدا کنیم و کار را تمام کنیم.

به این منظور کافی است خطی دلخواه بکشیم تا ضلع های AB و CD از زاویه را به ترتیب در نقطه های A' و C' قطع کند و نیمساز زاویه های $BA'C'$ و $DC'A'$ را رسم کنیم.



شکل ۴

کاغذ را چنان تا می کنیم که دو خط AB و CD روی هم بیفتند. در این صورت خط تا، نیمساز زاویه ای است که AB و CD ضلع های آن هستند. این راه ارزش هندسی ندارد، زیرا در هندسه تا کردن تعریف نشده است. اما این روش عملی و کاراست.

راه چهارم

آیا راه حل دیگری به نظر شما می رسد؟ آن را بنویسید.